

Ратискова

Утверждаю:
зав. каф. ВМ
Петрушко И.М.

СТАНДАРТ ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Все факультеты

(кроме РТФ (ЭР-11...18), ИТТФ, ИПЭЭФ, Эл-16)

4 семестр, 2², 2006/2007 уч. год

Составили Богомолова Е.П., Прохоренко В.И.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

1. Комплексные числа и действия с ними. Различные формы записи, извлечение корня из комплексного числа.
2. Понятие функции комплексного переменного. Предел, непрерывность. Основные элементарные функции и их свойства.
3. Производная функции комплексного переменного. Понятие аналитической функции. Необходимые и достаточные условия существования производной функции комплексного переменного (условия Коши-Римана).
4. Интеграл от функции комплексного переменного. Его свойства и вычисление. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Теорема Коши об интеграле от аналитической функции.
6. Интегральная формула Коши. Формулы для производных (без док-ва).
7. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Круг сходимости. Радиус сходимости. Ряд Тейлора.
8. Ряд Лорана и кольцо сходимости. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.
9. Изолированные особые точки аналитической функции и их классификация.
10. Понятие вычета аналитической функции в особой точке. Формулы для вычисления вычетов.
11. Теорема Коши о вычетах и ее применение.

12. Функция-оригинал. Преобразование Лапласа. Линейные свойства преобразования.

13. Теорема подобия для преобразования Лапласа. Теорема смещения (затухания) для преобразования Лапласа. Теорема запаздывания для преобразования Лапласа.

14. Теорема о дифференцировании изображения для преобразования Лапласа. Теорема о дифференцировании оригинала для преобразования Лапласа.

15. Теорема об интегрировании оригинала для преобразования Лапласа. Теорема об интегрировании изображения для преобразования Лапласа.

16. Таблица изображений. Понятие свертки. Преобразование Лапласа от свертки. Формула Дюамеля.

17. Нахождение оригинала по изображению. Решение дифференциальных уравнений операционным методом.

18. Тригонометрическая система функций и ее ортогональность на отрезке. Тригонометрический ряд Фурье. Условия сходимости ряда Фурье к функции (без док-ва). Тригонометрические ряды Фурье для четных и нечетных функций.

19. Неполные ряды Фурье. Ряды Фурье по косинусам и по синусам.

20. Ряд Фурье в комплексной форме.

Студент должен уметь:

1. Выполнять арифметические действия с комплексными числами, извлекать корни.

2. Разлагать функцию в ряд Лорана, пользуясь основными разложениями.

3. Вычислять интегралы по незамкнутому и замкнутому контурам.

4. Решать задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами операционным методом.

5. Разлагать функцию в ряд Фурье и строить график суммы ряда Фурье.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Проверить условия Коши-Римана для функций:

а) $w = z^3$; б) $w = e^z$; в) $w = \cos z$;

г) $w = \sin z$; д) $w = \operatorname{sh} z$.

2. Вычислить интегралы:

а) $\int_{|z-1|=2} \frac{z^3}{z-1-i} dz$; б) $\int_{|z|=10} \frac{z^2}{(z-i)^5} dz$; в) $\int_{|z-1|+|z+1|=5} \frac{\sin z}{z-10} dz$;

г) $\int_{|z+i|=2} \frac{e^z}{z^2} dz$; д) $\int_{|z+5|=1} \frac{\cos z}{(z-1)^{10}} dz$.

3. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1+x}{(1+x^2)^3} dx$; б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2+2x+5}{x^4+5x^2+6} dx$;

в) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{5x+1}{(x^2-x+1)^2} dx$; г) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3+5x+1}{(x^2+4)(x^2+9)^2} dx$.

4. Найти оригинал по заданному изображению:

а) $\frac{p}{(p^2+1)(p^2+4)}$; б) $\frac{1}{p^3(p^2-4)}$; в) $\frac{2-p}{(p-1)(p^2-4p+5)}$.

5. Решить задачу Коши:

а) $y'' - y = e^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$;

б) $y'' + y = \sin 2x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 1$;

в) $y'' - 4y' + 4y = xe^x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$.

6. Разложить функцию в ряд Фурье, выбрав самостоятельно наиболее удобный отрезок разложения вида $[-l; l]$:

а) $f(x) = \cos^2 x - 2 \sin^3 x$; б) $f(x) = \cos \pi x - 3 \sin^2 \frac{\pi}{2} x$;

в) $f(x) = 1 + \sin \sqrt{2}x \cos x - \cos \sqrt{2}x \sin x$.

7. Разложить в ряд Фурье по синусам или по косинусам:

а) $f(x) = x$;

б) $f(x) = 2 - x^2$.